الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

1) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $(E)...2011x-1432y=31$

أ) بين أن العدد 2011 أولي .

لدينا $\sqrt{2011}\approx 44,8$ والعدد 2011 لا يقبل القسمة على أي عدد أولي من بين الأعداد الأولية الأصغر من 44

ب) باستعمال خوارزمية إقليدس عين حلا خاصا $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) ، ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

لدينا :

$$579=2011-1\times1432$$
$$274=1432-2\times579$$
$$31=579-2\times274$$

ومنه : $\begin{cases}31=579-2\times(1432-2\times579)\\=-2\times1432+5\times579\\=-2\times1432+5\times(2011-1\times1432)\\=5\times2011-7\times1432\end{cases}$

بالمطابقة نجد $(x_0;y_0)=(5;7)$

لدينا : $\begin{cases}2011x-1432y=31\\2011x_0-1432y_0=31\end{cases}$ بالطرح نجد : $2011(x-x_0)=1432(y-y_0)$ أي :

$2011(x-5)=1432(y-7)$.

لدينا $1432/2011(x-5)$ و 1432 أولي مع 2011 إذن حسب مبرهنة غوص $1432/x-5$

ومنه $x=1432k+5$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ ، وبالتعويض في المعادلة (E) نجد : $y=2011k+7$

ومنه : $(x;y)=(1432k+5;2011k+7)$ حيث $k\in\mathbb{Z}$.

2) **أ)** عين حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7 ، ثم جد باقي القسمة الإقليدية للعدد $2011^{1432^{2012}}$ على 7 .

$2^0\equiv1[7]$ ، $2^1\equiv2[7]$ ، $2^2\equiv4[7]$ ، $2^3\equiv1[7]$ ومنه البواقي دورية ودورها 3 إذن من أجل كل عدد طبيعي k لدينا : $2^{3k}\equiv1[7]$ ، $2^{3k+1}\equiv2[7]$ ، $2^{3k+2}\equiv4[7]$.

لدينا $2011\equiv2[7]$ ومنه $2011^{1432^{2012}}\equiv2^{1432^{2012}}[7]$

من جهة أخرى $1432\equiv 1[3]$ ومنه $1432^{2012}\equiv 1^{2012}[3]$ أي $1432^{2012}\equiv 1^{2012}[3]$ ومنه $1432^{2012}=3k'+1$ حيث $k'\in\mathbb{N}$ إذن $2^{1432^{2012}}\equiv 2[7]$ ومنه $2011^{1432^{2012}}\equiv 2\ [7]$ إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد $2011^{1432^{2012}}$ على 7 هو 2 .

ب) عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون : $2010^n+2011^n+1432^n\equiv 0[7]$.

لدينا $2010\equiv 1[7]\Leftrightarrow 2010^n\equiv 1^n[7]\Leftrightarrow 2010^n\equiv 1[7]$

$2011\equiv 2[7]\Leftrightarrow 2011^n\equiv 2^n[7]$

$1432\equiv 4[7]\Leftrightarrow 1432^n\equiv 2^{2n}[7]$

ومنه $2010^n+2011^n+1432^n\equiv 1+2^n+2^{2n}[7]$ إذن :

$$2010^n+2011^n+1432^n\equiv 0[7]\Leftrightarrow 1+2^n+2^{2n}\equiv 0[7]$$
$$\Leftrightarrow 2^n+2^{2n}\equiv -1[7]$$
$$\Leftrightarrow 2^n+2^{2n}\equiv 6[7]$$

ليكن $k\in\mathbb{N}$

من أجل $n=3k$: $2^n+2^{2n}=2^{3k}+2^{3(2k)}\equiv 2[7]$ (مرفوض)

من أجل $n=3k+1$: $2^n+2^{2n}=2^{3k+1}+2^{2(3k+1)}=2^{3k+1}+2^{3(2k)+2}\equiv 6[7]$ (مقبول)

من أجل $n=3k+2$: $2^n+2^{2n}=2^{3k+2}+2^{2(3k+2)}=2^{3k+2}+2^{3(2k+1)+1}\equiv 6[7]$ (مقبول)

إذن قيم n هي : $n=3k+1$ أو $n=3k+2$ حيث $k\in\mathbb{N}$.

3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{2\gamma\alpha\beta}$ في نظام التعداد ذي الأساس 9 حيث α ، β و γ تشكل حدودا متتابعة بهذا الترتيب لمتتالية حسابية متزايدة تماما و الثنائية $(\beta;\gamma)$ حل للمعادلة (E) .

أ) عين α ، β و γ .

$N=\overline{2\gamma\alpha\beta}^9=\beta+\alpha\times 9+\gamma\times 9^2+2\times 9^3=\beta+9\alpha+81\gamma+54$ مع الشروط : $\begin{cases}0\le\alpha<9\\0\le\beta<9\\0\le\gamma<9\end{cases}$

الثنائية $(\beta;\gamma)$ حل للمعادلة (E) معناه يوجد $k\in\mathbb{Z}$ بحيث : $\beta=1432k+5$ و $\gamma=2011k+7$

$$0\le\beta<9\Leftrightarrow 0\le 1432k+5<9\Leftrightarrow -\frac{5}{1432}\le k<\frac{4}{1432}\Leftrightarrow -0{,}0035\le k<0{,}0028$$

وبما أن $k\in\mathbb{Z}$ فإن $k=0$ بالتعويض نجد $\beta=5$ و $\gamma=7$.

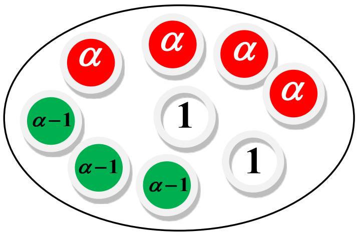
α ، β و γ تشكل حدودا متتابعة بهذا الترتيب لمتتالية حسابية متزايدة تماما معناه $\alpha+\gamma=2\beta$ ومنه $\alpha=2\beta-\gamma=3$.

ب) أكتب N في النظام العشري .

$N=\beta+9\alpha+81\gamma+54=2057$

التمرين الثاني : (05 نقاط)

يحوي كيس على أربع كريات حمراء تحمل الرقم α و ثلاث كريات خضراء تحمل الرقم $\alpha-1$ و كريتين بيضاوين تحملان الرقم 1 ، حيث α عدد طبيعي غير معدوم . الكريات متماثلة ولا نميز بينها عند اللمس .
نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كريات في آن واحد .
نعتبر الحوادث التالية : A " الحصول على كرية بيضاء على الأكثر" ، B "الحصول على ثلاث كريات تحمل نفس العدد" و C " الحصول على كريتين بالضبط تحملان الرقم $\alpha-1$ " .



1) أ) أحسب إحتمال كل من الحوادث A ، B و C .

A " الحصول على كرية بيضاء على الأكثر"

نميز حالتين :

سحب 3 كريات من بينها واحدة بيضاء

سحب 3 كريات ولا توجد من بينها أي كرية بيضاء .

ومنه $P(A)=\dfrac{C_2^1\times C_7^2+C_7^3}{C_9^3}=\dfrac{11}{12}$

B "الحصول على ثلاث كريات تحمل نفس العدد"

نميز حالتين :

سحب 3 كريات لها نفس الرقم α .

سحب 3 كريات لها نفس الرقم $\alpha-1$.

ومنه $P(B)=\dfrac{C_4^3+C_3^3}{C_9^3}=\dfrac{5}{84}$

C " الحصول على كريتين بالضبط تحملان الرقم $\alpha-1$"

معناه سحب 3 كريات من بينها كريتين تحملان الرقم $\alpha-1$ أما الكرية الثالثة تحمل إما الرقم 1 أو الرقم α

ومنه $P(C)=\dfrac{C_3^2\times C_6^1}{C_9^3}=\dfrac{3}{14}$

ب) ما هو احتمال الحصول على ثلاث كريات تحمل ألوان العلم الوطني ؟

معناه سحب 3 كريات من 3 ألوان مختلفة مثنى مثنى ومنه :

$$P(D)=\frac{C_3^1\times C_2^1\times C_4^1}{C_9^3}=\frac{2}{7}$$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الأرقام الظاهرة على الكريات الحمراء المسحوبة والذي يأخذ القيمة 0 إذا لم يتم سحب أي كرية حمراء .

أ) برر أن القيم الممكنة لـ X هي $\{0,\alpha,2\alpha,3\alpha\}$ ثم عرف قانون احتماله .

إذا لم يتم سحب أي كرية حمراء فإن $X=0$

إذا سحبنا كرية حمراء واحدة فإن $X=\alpha$

إذا سحبنا كريتين حمراوين فإن $X=\alpha+\alpha=2\alpha$

إذا كانت كل الكريات الثلاث حمراء فإن $X=\alpha+\alpha+\alpha=3\alpha$

ومنه $X\in\{0,\alpha,2\alpha,3\alpha\}$

$$P(X=0)=\frac{C_5^3}{C_9^3}=\frac{10}{84}$$

$$P(X=\alpha)=\frac{C_4^1\times C_5^2}{C_9^3}=\frac{40}{84}$$

$$P(X=2\alpha)=\frac{C_4^2\times C_5^1}{C_9^3}=\frac{30}{84}$$

$$P(X=3\alpha)=\frac{C_4^3}{C_9^3}=\frac{4}{84}$$

$X=X_i$	0	α	2α	3α
$P(X=X_i)$	$\frac{10}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{30}{84}$	$\frac{4}{84}$

ب) أحسب بدلالة α الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X ، ثم عين قيمة α من أجل $|E(X)-1|\leq 2$.

$$E(X)=0\times\frac{10}{84}+\alpha\times\frac{40}{84}+2\alpha\times\frac{30}{84}+3\alpha\times\frac{4}{84}=\frac{4}{3}\alpha$$

$$|E(X)-1|\leq 2\Leftrightarrow -2\leq E(X)-1\leq 2\Leftrightarrow -1\leq E(X)\leq 3\Leftrightarrow -1\leq\frac{4}{3}\alpha\leq 3\Leftrightarrow -\frac{3}{4}\leq\alpha\leq\frac{9}{4}\Leftrightarrow -0,75\leq\alpha\leq 1,25$$

بما أن α عدد طبيعي غير معدوم فإن $\alpha\in\{1;2\}$

التمرين الثالث : (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_1=-2$ ، و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n :
$u_{n+1}=\dfrac{3(n+1)u_n-(8n+12)}{n}$.

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n<0$.

من أجل $n=1$ لدينا $u_1=-2<0$ ومنه الخاصية صحيحة من أجل $n=1$.

نفرض أن $u_n<0$ ونبرهن أن $u_{n+1}<0$.

لدينا $u_n<0\Leftrightarrow 3(n+1)u_n<0$ لأنه $\forall n\in\mathbb{N}^*,3(n+1)>0$

كذلك $\forall n\in\mathbb{N}^*,8n+12>0$ ومنه $\forall n\in\mathbb{N}^*,-(8n+12)<0$

بالجمع نجد $3(n+1)u_n-(8n+12)<0$ وبما أن $n>0$ فإن $\dfrac{3(n+1)u_n-(8n+12)}{n}<0$ ومنه $u_{n+1}<0$

إذن الخاصية صحيحة من أجل $n+1$. ومنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n<0$

ب) أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما .

لدينا $u_{n+1}-u_n=\dfrac{3(n+1)u_n-(8n+12)}{n}-u_n=\dfrac{3(n+1)u_n-(8n+12)-nu_n}{n}=\dfrac{(2n+3)(u_n-4)}{n}$

بما أنه $\forall n\in\mathbb{N}^*,u_n<0$ فإن $u_n<4$ ومنه $u_n-4<0$ وبما أن $n>0$ و $2n+3>0$ فإن
$\dfrac{(2n+3)(u_n-4)}{n}<0$ ومنه $\forall n\in\mathbb{N}^*,u_{n+1}-u_n<0$ إذن (u_n) متناقصة تماما .

2) لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n كما يلي : $v_n=\dfrac{4-u_n}{n}$.

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 يطلب تعيين حدها الأول ، ثم عبر عن v_n بدلالة n .

$$v_{n+1}=\frac{4-u_{n+1}}{n}=\frac{4-\dfrac{3(n+1)u_n-(8n+12)}{n}}{n}=\frac{4n-3(n+1)u_n+8n+12}{n(n+1)}=\frac{-3(n+1)u_n+12(n+1)}{n(n+1)}$$

ومنه $v_{n+1}=\dfrac{-3u_n+12}{n}=3\left(\dfrac{4-u_n}{n}\right)=3v_n$ إذن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 .

حدها الأول : $v_1=6$.

ب) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $u_n = 4-2n\times 3^n$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

لدينا $v_n = v_1\times q^{n-1} = 6\times 3^{n-1} = 2\times 3^n$ ومن جهة أخرى لدينا :

$$v_n = \frac{4-u_n}{n} \Leftrightarrow 4-u_n = nv_n \Leftrightarrow u_n = 4-nv_n = 4-2n\times 3^n$$

$\begin{cases}\lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} 3^n = +\infty\end{cases}$ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} 4-2n\times 3^n = -\infty$ ، لاحظ أن (u_n) متباعدة .

ج) أحسب بدلالة n الجداء : $P_n = (4-u_1)(4-u_2)...(4-u_n)$.

لدينا $\forall n\in\mathbb{N}^*, nv_n = 4-u_n$ ومنه :

$$P_n = (4-u_1)(4-u_2)...(4-u_n) = (1\times v_1)(2\times v_2)...(n\times v_n) = (1\times 2\times ...\times n)(v_1\times v_2\times ...\times v_n)$$

نعلم أن : $1\times 2\times ...\times n = n!$

$$v_1\times v_2\times ...\times v_n = 2.3^1\times 2.3^2\times ...\times 2.3^n = 2^n.3^{1+2+...+n} = 2^n.3^{\frac{n(n+1)}{2}}$$

ومنه $P_n = n!2^n.3^{\frac{n(n+1)}{2}}$

3) لتكن المتتالية العددية (w_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n كما يلي : $w_n = \ln\left(\frac{n}{4-u_n}\right)$.

- عبر عن w_n بدلالة n ثم أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = w_1+w_2+...+w_n$.

$$w_n = \ln\left(\frac{n}{4-u_n}\right) = \ln\frac{1}{v_n} = -\ln(2.3^n)$$

$$S_n = w_1+w_2+...+w_n = -\ln(2.3^1)-\ln(2.3^2)-...-\ln(2.3^n) = -\ln(2.3^1\times 2.3^2\times ...\times 2.3^n) = -\ln\left(2^n.3^{\frac{n(n+1)}{2}}\right)$$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (x+2)e^{x-2}-2$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty}\frac{1}{e^2}xe^x+\frac{2}{e^2}e^x-2 = -2 \quad \begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = 0 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0\end{cases}$$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty \quad \begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} x+2 = +\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} e^{x-2} = +\infty\end{cases}$$

2) أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

$g'(x) = (x+3)e^{x-2}$ وإشارة $g'(x)$ من إشارة $x+3$ لأنه : $\forall x\in\mathbb{R}, e^{x-2} > 0$

ومنه الدالة g متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-3[$ ومتزايدة تماما على المجال $]-3;+\infty[$

جدول التغيرات:

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	
$g(x)$	-2	$\searrow$	$-\frac{1}{e^5}-2$	$\nearrow$	$+\infty$

3) أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق من أن $1,45<\alpha<1,46$.

الدالة g لا تنعدم على المجال $]-\infty;-3[$ لأن $\lim_{x\to-\infty} g(x)=-2<0$ و $g(-3)\approx-2,006<0$

بينما الدالة g مستمرة ورتيبة تماما على المجال $]-3;+\infty[$ ولدينا $g(-3)<0$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-3;+\infty[$.

لدينا $g(1,45)\times g(1,46)\approx-0,0095\times0,0163<0$ ومنه $\alpha\in]1,45;1,46[$

ب) استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم العدد الحقيقي x .

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		-	0	+	

II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^2-x^2e^{x-2}$

نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

$$f(x)=0\Leftrightarrow x^2\left(1-e^{x-2}\right)=0\Leftrightarrow x^2=0 \text{ ou } 1-e^{x-2}=0$$

$$x^2=0\Leftrightarrow x=0$$

$$1-e^{x-2}=0\Leftrightarrow e^{x-2}=1\Leftrightarrow x=2$$

ومنه حلول المعادلة هي $\{0;2\}$ ونستنتج أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما 0 و 2 .

2) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} x^2-\frac{1}{e^2}x^2e^x=+\infty \quad \begin{cases}\lim_{x\to-\infty} x^2=+\infty\\ \lim_{x\to-\infty} x^2e^x=0\end{cases}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} x^2\left(1-e^{x-2}\right)=-\infty \quad \begin{cases}\lim_{x\to+\infty} x^2=+\infty\\ \lim_{x\to+\infty} e^{x-2}=+\infty\end{cases}$$

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-x.g(x)$. (f' هي الدالة المشتقة الأولى للدالة f)

$$f'(x)=2x\left(1-e^{x-2}\right)+x^2\left(-e^{x-2}\right)=x\left(2-2e^{x-2}-xe^{x-2}\right)=-x\left(xe^{x-2}+2e^{x-2}-2\right)=-x\left[(x+2)e^{x-2}-2\right]=-xg(x)$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

إشارة $f'(x)$ من إشارة الجداء $-x.g(x)$

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$-x$		$+$	0	$-$		$-$	
$g(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

الدالة f متناقصة تماما على المجالين $]-\infty;0[$ و $]\alpha;+\infty[$ ومتزايدة تماما على المجال $]0;\alpha[$

جدول التغيرات :

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$f(\alpha)$	$\searrow$	$-\infty$

ج) بين أن $f(\alpha)=\dfrac{\alpha^3}{\alpha+2}$ ، ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$ حيث α هو العدد الحقيقي المعرف في الجزء I) .

$$g(\alpha)=0 \Leftrightarrow (\alpha+2)e^{\alpha-2}-2=0 \Leftrightarrow e^{\alpha-2}=\frac{2}{\alpha+2}$$

$$f(\alpha)=\alpha^2-\alpha^2e^{\alpha-2}=\alpha^2-\alpha^2.\frac{2}{\alpha+2}=\frac{\alpha^3}{\alpha+2}$$

$$1,45<\alpha<1,46 \Leftrightarrow 3,45<\alpha+2<3,46 \Leftrightarrow \frac{1}{3,46}<\frac{1}{\alpha+2}<\frac{1}{3,45}$$

$$1,45<\alpha<1,46 \Leftrightarrow 3,0486<\alpha^3<3,1121$$

ومنه $\dfrac{3,1121}{3,45}<\dfrac{\alpha^3}{\alpha+2}<\dfrac{3,0486}{3,46}$ أي $0,8811<f(\alpha)<0,9021$

4) ليكن (Γ) المنحنى الممثل للدالة $x\mapsto x^2$ على $\mathbb{R}$:

أ) بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x^2\right]=0$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x^2\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}-x^2e^{x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}-\dfrac{1}{e^2}x^2e^x=0$ ، ومنه (Γ) منحنى مقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (Γ) .

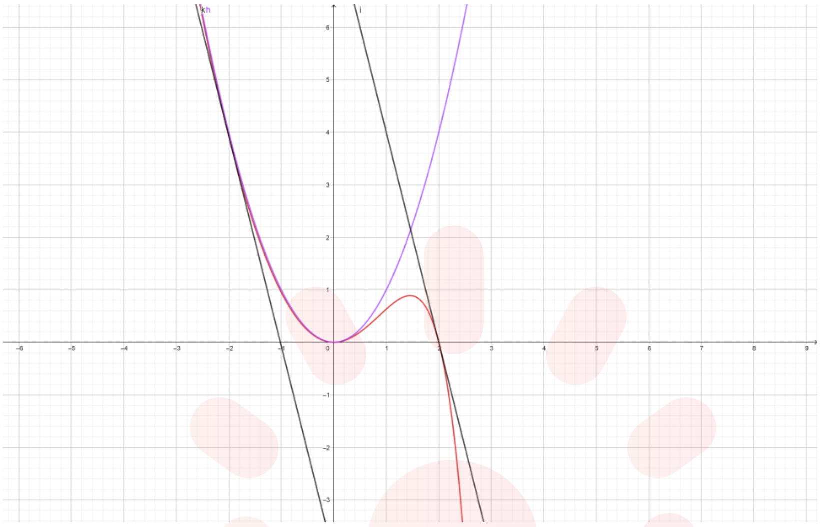
يكفي دراسة إشارة الفرق $f(x)-x^2$ أي $-x^2e^{x-2}$ وبما أن $\forall x\in\mathbb{R}, e^{x-2}>0$ فإن إشارة $-x^2e^{x-2}$ من إشارة $-x^2$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$-x^2$		$-$	0	$-$	
الوضعية النسبية		(C_f) تحت (Γ)	تقاطع	(C_f) تحت (Γ)	

5) عين معادلة لكل من المماسين (T) و (T') لـ (C_f) عند النقطتين ذات الفاصلتين 2 و -2 على الترتيب .

$(T): y=-4x+8$ ، $(T'): y=-4x-4\left(1+\dfrac{1}{e^4}\right)$

6) أنشيء (T) ، (T') ، (Γ) و (C_f) .



7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m عدد حلول المعادلة : $f(x)=-4x+\ln(m)$.

يكفي مناقشة عدد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم $(d_m): y=-4x+\ln(m)$

الذي يوازي كلا من (T) و (T') ومنه :

من أجل $\ln(m)<-4\left(1+\dfrac{1}{e^4}\right)$ أي $0<m<e^{-4\left(1+\frac{1}{e^4}\right)}$ المعادلة تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$.

من أجل $\ln(m)=-4\left(1+\dfrac{1}{e^4}\right)$ أي $m=e^{-4\left(1+\frac{1}{e^4}\right)}$ المعادلة تقبل حلا مضاعفا وحلا بسيطا .

من أجل $-4\left(1+\dfrac{1}{e^4}\right)<\ln(m)<8$ أي $e^{-4\left(1+\frac{1}{e^4}\right)}<m<e^8$ المعادلة تقبل 3 حلول بسيطة .

من أجل $\ln(m)=8$ أي $m=e^8$ المعادلة تقبل حلا مضاعفا وحلا بسيطا .

من أجل $\ln(m)>8$ أي $m>e^8$ المعادلة تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$.